

Tartu Ülikool
Sotsiaalteaduste valdkond
Haridusteaduste instituut
Õppekava: Koolieelse lasteasutuse õpetaja

Helen Enno

KUUE- JA SEITSMEAASTASTE LASTE TEADMISED MATEMAATIKA
ERINEVATES VALDKONDADES

bakalaureusetöö

Juhendaja: dotsent Anu Palu

Tartu 2019

Resümee

Kuue- ja seitsmeaastaste laste teadmised matemaatika erinevates valdkondades

Käesolevas bakalaureusetöös uuriti 6- ja 7aastaste laste teadmisi kolmes erinevas lasteaia matemaatika valdkonnas: arvude maailm, kujundite maailm ja orienteerumine tasapinnal. Sealjuures uuriti ka valdkondadevahelisi seoseid. Samuti toimus uuring ülesannetes enim esinenud väärlahenduste kohta. Antud bakalaureusetöös kasutati projekti „Tartu Ülikooli õpetajahariduse kompetentsikeskuse Pedagogicum'i arendamine” andmeid. Selles osales 235 last erinevatest Tartu lasteaedadest. Tulemustest selgus, et koolieelikute matemaatikatase on hea ning on vastavuses koolieelse riikliku õppekavaga. Leiti ka, et kujundite maailma ja orienteerumise vahel on seos. Uuringute analüüsist nähtus, et enim vigu tehakse orienteerumise valdkonnas ning ülesannetes, mis vajavad teadmisi lahutamisest. Selleks, et saavutada koolieelse lasteasutuse riikliku õppekava nõutud tase, tuleb alustada matemaatika õpetamist kõikides selle valdkondades juba varakult, seda oskuslikult planeerides.

Märksõnad: matemaatika, koolieelik, õpetamine, lahendusvead, matemaatika valdkond

Abstract

The knowledge of children aged 6–7 in different mathematical fields

The aim of the Bachelor's thesis was to study the knowledge of children aged 6–7 in mathematics fields of numbers, shapes and spatial orientation. This paper also examined the analysis of most common mistakes. Data used in this bachelor thesis was taken from “The development of teacher education competence centre Pedagogicum in the University of Tartu” project, including 235 children from different kindergartens. The results showed that the level of kindergarten mathematics is in line with the national curriculum and indicates a connection between shapes and spatial orientation. Most mistakes were made in the area of orientation and within tasks that require knowledge of subtraction. To achieve the required level of national pre-school curriculum, it is necessary to start teaching mathematics early with definite planning in all of its fields.

Keywords: mathematics, preschooler, teaching, solution error, mathematical field

Sisukord

Sissejuhatus	4
Lasteaia matemaatika valdkonnad	4
Matemaatika õpetamine lasteaias	7
Varasemad uuringud	10
Uuringu eesmärk ja uurimisküsimused.....	11
Metoodika	11
Valim ja protseduur.....	11
Mõõtevahend.....	12
Andmeanalüüs.....	12
Tulemused.....	13
Laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades	13
Enamlevinud väärilahendused	15
Arutelu	16
6- ja 7aastaste laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades.....	16
Vead erinevates matemaatika valdkondades	16
Kasutatud kirjandus	19

Sissejuhatus

Laste varased matemaatikaalased teadmised on oluliseks aluseks edaspidistes akadeemilistes saavutustes (Fuson, Clements, & Sarama, 2015). Lapsed, kes pole lasteaia matemaatikas nii pädevad, tajuvad suure tõenäosusega raskusi ka kooli matemaatikas (Vogt, Hauser, Stebler, Rechsteiner, & Urech, 2018). Lasteaia lõpetamiseks peaks lapsel olema saavutatud vajalikud akadeemilised teadmised, et olla kooliks valmis. Seega on õpetajal väga tähtis roll lapse matemaatiliste teadmiste arengus, sest just sellel perioodil juhib laste uudishimu neid iseseisvalt avastama ja kasutama matemaatika-mõisteid ning mustri ja esemete järjestamise teadust (Seefeldt & Barbour, 2000).

Piaget' järgi on koolieelses eas olevad lapsed veel operatsioonide-eelses perioodis. Esimese kooliaasta jooksul peaks see muutuma konkreetsete operatsioonide perioodiks, mis tähendab, et lapse mõtlemine matemaatikas muutub (Seefeldt & Barbour, 2000). On oluline, et lasteaiaõpetaja arvestaks juba oma õppetöö kavandamisel lapse arenguga ning teaks, millistele aspektidele selles toetuda. Lasteaia matemaatikas eristatakse põhiliselt nelja valdkonda: 1) asjade maailm; 2) arvude maailm; 3) suuruste maailm; 4) kujundite maailm. Koolieelse lasteasutuse riiklikus õppekavas on selgelt välja toodud, mida õppe- ja kasvatustegevuse tulemusel 6- ja 7aastane kooli minev laps peab teadma. Saavutamaks nõutud tase, tuleb alustada matemaatika õpetamist juba varakult, seda oskuslikult planeerides.

Selleks, et leida võimalusi laste matemaatikaalaste teadmiste edendamiseks, tuleb välja selgitada, millised on laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades ning kuidas on need omavahel seotud. Samuti on oluline teada, millistes valdkondades on ülesannete lahendamisel lastel raskusi.

Käesoleva bakalaureusetöö eesmärgiks on välja selgitada, milline on koolieelikute teadmiste tase erinevates matemaatika valdkondades ning teada saada, millised on enamlevinud vead, mida ülesannete lahendamisel tehakse.

Lasteaia matemaatika valdkonnad

Kuna töö üheks eesmärgiks on uurida teadmisi erinevates matemaatika valdkondades, siis on vajalik teada, mida need valdkonnad endas hõlmavad. Alushariduses eristatakse omavahel peamiselt nelja erinevat matemaatika valdkonda (Noor & Rohtla, 2004; Palu, 2008; Riley, 2007; Tucker, 2006). Nendeks on: 1) esemete maailm, mille abil laps orienteerub ümbritsevas maailmas esemeid kirjeldades ja võrreldes; 2) arvude maailm, mille käigus kujuneb lapsel

arvutusoskus; 3) suuruste maailm, mis hõlmab endas mõõtmist ning tekstülesandeid; 4) kujundite maailm, kus laps kirjeldab end ümbritsevat.

Esemete maailm. Antud valdkonda kuuluvad rühmitamine, järjestamine, hulgad ja nende võrdlemine ning orienteerumine nii ajas kui ka ruumis (Palu, 2008). Meid ümbritsevas maailmas sisaldub palju erinevate vormidega esemeid, mida lapsed juba varases eas eristada suudavad. Tihti toimub õpe selles valdkonnas spontaanselt ja täiskasvanu sekkumiseta (Ginsburg & Amit, 2008). Vastavalt koolieelse lasteasutuse riiklikule õppekavale (2008) suunatakse last nähtuste ja esemete maailma korrastama, kujundama, selles orienteeruma, mille tulemusel laps avastab esemete vahelisi seoseid, leiab esemete erinevusi ja sarnasusi, oskab esemeid järjestada ja rühmitada. Tegevused, mis on seotud rühmitamise ja järjestamisega, aitavad kaasa arvutamisoskuse kujundamisele, kuna arvutamise õppimise eelduseks on eelnevalt välja kujunenud arvu mõiste (Nugin & Õun, 2017). Samuti on liitmisele ja lahutamisele aluseks hulkade ühendamise ja osahulga eraldamine (Sarapuu, Kivi, & Henno, 2005). Kuigi hulga säilitamise oskused kujunevad lastel aeglaselt ja selle tegevuse õpetamist jätkatakse ka esimeses klassis, siis kooli minev laps peaks tingimata säilitama hulga samaväärsena hulga enda suhtes (Noor & Rohtla, 2004).

Arvude maailm. Tegemist on esimese abstraktse valdkonnaga, millega laps kokku puutub ning selles kehtib oma kõnekeel, mis on kindlaks määratud ning mis ei salli vaba kasutamist (Noor & Rohtla, 2004). Väga oluline on matemaatikas kasutada korrektset keelt. Õpetaja peab tegema vahet sõnadel *arv* ja *number*. Kui esimest peetakse loendamise tulemuseks, siis viimast seevastu märkideks, mille abil kujutatakse arve (Palu, 2008). Tähtis roll kahekohaliste arvude arusaamise kujundamisel on loendamisel ja arvude nimetamisel (Riley, 2007). Loendamine on nii käeline kui sõnaline tegevus, mis seab loendatavad esemed ja järjestikulised arvsõnad üksühesesse vastavusse. 6aastaste laste arvutamisoskus tugineb suuresti just loendamisele (Nugin & Õun, 2017). Peale loendamist mõistab laps, et viimane loendatav arv vastab küsimusele *Kui palju?*. Seejärel omandab laps liitmise ja lahutamise strateegiad (Clements & Sarama, 2016). Enne seitsmendat eluaastat muutuvad lapsele jõukohaseks mitmed võrratused (kaks on suurem kui kolm, neli on väiksem kui viis) ning ta oskab arve mõttes võrrelda (Kangro & Lage, 2007). Leitakse ka, et numbrikombinatsioonide meisterlikkus on seotud põhiliste teadmistega arvudest (Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak, 2009). Lapsel on aritmeetilisi fakte keeruline meelde jätta, kui ta ei mõista, kuidas numbrikombinatsioonid üksteisega seotud on. Ka Aunio ja Räsänen (2015) leiavad, et laste loendamisoskused arenevad edasi põhiliste aritmeetiliste oskusteni. Viimased on lahendatavad toetudes just esmalt loendamisele.

Suuruste maailm. Mõõtmise ja selle tulemusena saadud suurus, on oma kõikides vormides valdkond, mida lapsed enne kooli kõige enam kogenud on (Tucker, 2006). See toimub nende mängus igapäevategevustes aja, pikkuse, raskuse ja mahutavuse näol. Esmalt hindab laps suurust võrdlemise abil – leitakse ja nimetatakse, millised esemed üksteisest mingi suurusomaduse tõttu erinevad (Palu, 2008). Tucker (2006) ütleb ka, et laste oskuste arenedes hõlmab mõõtmine üha enam endas täpset loendamist, erinevaid arvude toiminguid ning sobivate mõõtevahendite valimist ja kasutamist. Sama mõtteviisi toetavad ka Noor ja Rohtla (2004) öeldes, et järjestikuse mõõtühiku paigutamisega kaasneb loendamine, mille kaudu jõutakse lõpuks mõõtarvuni. Kuueaastased lapsed eristavad kõiki üksikuid suurustunnuseid, kuid kolmemõõtmelisuse tajumine võib tekitada raskusi. Seitsmeaastased tajuvad vabalt mõisteid ja suurustunnuseid, võrdlevad mälu järgi erinevaid esemeid. Samuti tutvutakse seitsmeaastaselt kümne piires pikkusmõõtude, massimõõtude, mahumõõdu ning rahaühikutega (Sarapuu et al., 2005). Et muuta suuruste hindamine mitmekülgsemaks ning mängulisemaks, võiksid täiskasvanud lastele pakkuda peale tavaliste mõõtevõhendite ka muid viise suuruste mõõtmiseks, näiteks võttes kasutusele klotsid, kirjaklambrid, sammud, käed jms (Notari-Syverson & Sadler, 2008).

Kujundite maailm. See maailm kirjeldab geomeetrilisi kujundeid, mis on nii tasapinnalised kui ka ruumilised. Seega kujundite maailm seob endas ruumi, kehad, pinnad ja tasapinnalised kujundid (Noor & Rohtla, 2004). Ruumis orienteerumine viitab inimese arusaamale oma positsioonist ruumis ja võimele selles liikuma. See on võime, mis on abstraktne ja hõlmab endas kujude mõistmist (Cohrssen, de Quadros-Wander, Page, & Klarin, 2017). Tasapinnal orienteerumine viitab seevastu kognitiivsetele protsessidele, mis moodustavad mõttelisi kujundeid ja positsioone (Cohrssen et al., 2017). Lähtudes koolieelse lasteasutuse riiklikust õppekavast (2008), on oluline õpetada last tasapinnal orienteeruma. Selleks on oluline, et laps saaks aru, et paberileht on kindel ruum, mis on piiritletud ning millel on ala-, üla-, keskosa ja servad (Strebeleva, 2010). Strebeleva (2010) ütleb ka, et tasapinnal on võimalik kujutada tegelikke esemevahelisi ruumisuhteid ja sellega on seotud ettevalmistus lugema ja kirjutama õppimiseks, ruumilise eseme tasapinnalise kujutise mõistmise oskus ning samuti ka kaardilugemisoskus. Seega on tegemist mitmel alal tähtsa valdkonnaga. On leitud, et koolieelses eas toimunud mängud erinevate ruumiliste kujunditega on märgatavalt seotud matemaatiliste sooritustega põhikoolis ja gümnaasiumis (Notari-Syverson & Sadler, 2008). Sellest võib järeldada, et mida edukamad on lapsed õppe-eesmärkide täitmisel lasteaias, seda edukamad on nad matemaatika valdkonnas ka edaspidiselt. Alushariduse õppe-eesmärgid kujundite maailmas on, et laps kirjeldab

ümbritsevat ruumi kujundimõistete abil, joonestab tasapinnalisi kujundeid ja valmistab kehade mudeleid (Noor & Rohtla, 2004). Notari-Syverson ja Sadler (2008) ütlevad, et lapsed avastavad ja käsitsevad ruumilisi ja tasapinnalisi kujundeid neid ümbritsevas keskkonnas ning õpivad, et eseme kuju jääb samaks isegi siis, kui seda mitme erineva nurga alt vaadata. Antud valdkonnas tuleb lastele anda erinevaid kujundeid mitmetest materjalidest (suured või väiksed klotsid ja legod, plastiliin) ning kasutada neid erinevates situatsioonides, kus tutvustatakse ja praktiseeritakse ka vajalikku matemaatilist keelt (Tucker, 2006). Cohrsen, de Quadros-Wander, Page ja Klarin (2017) on leidnud, et ruumiline mõtlemine toetab ka lapse arvu ja hulga mõistete kujunemist. Seega tuleb taaskord tõdeda, et mitmed lasteaiamatemaatika valdkonnad on suuremal või vähemal määral omavahel seotud.

Matemaatika õpetamine lasteaias

Clements ja Sarama (2016) ütlevad, et matemaatika on mõtlemise põhikomponent. Matemaatika õppimine ja õpetamine tugineb lapse mõtlemisele ja taju valmisolekule õppematerjalist aru saada ning see meelde jätta (Noor & Rohtla, 2004). Jean Piaget' järgi on koolieelsed lapsed intuiitses operatsiooni-eelses perioodis, kus nende arusaamine on veel spontaanne, mitte loogiline (Sarapuu et al., 2005). Noor ja Rohtla (2004) ütlevad samuti, et koolieelikud ei ole võimelised loogiliselt mõtlema, seega selles eas olevate laste õppes ei tohiks suurt rõhku panna analüüsile, üldistamisele ja järeldamisele. Lastel on raskusi abstraktses keskkonnas õppimisega – kui nad ei saa situatsiooni visualiseerida, siis üsna kindlalt nad põruvad (Whitebread, 2004). Et edukalt omandada teadmisi matemaatikast, tuleb lapsel need teadmised ise konstrueerida vahetu kogemusega ja kogetu üle mõtiskledes. Samuti on selleks oluline suhtlemine end ümbritsevate inimestega. Lasteaia matemaatikaõpetuses peaks arvestama, et selle õppimine toimuks tegevustes vahetu kogemuse kaudu, õpetaja ka kaaslastega suheldes ning hindamise ja reflekteerimisega (Palu, 2008).

Tegevused vahetu kogemuse kaudu. Lastel peab olema võimalus asju katsuda ning ise kogeda. Oma igapäevase tegevuse kaudu loovad lapsed olulisi matemaatika alaseid teadmisi ning arusaamu, eriti seda siis kui täiskasvanud pakuvad neile võimalusi õppida ja oma oskusi praktiseerida (Notari-Syverson & Sadler, 2008). Sikka (2005) ütleb, et matemaatikat tuleks lasteaias õpetada mängu ja igapäevaste tegevuste kaudu, sest selles jäljendab ta tegelikkust ning väljendab oma uudishimu. Koolieelses vanuses vajavad lapsed mõlemaid kogemusi: tegevusi päris esemetega ja joonistustega nendest esemetest (Fuson et

al., 2015). Näiteks peaksid õpetajad aitama lastel ühendada ruumilised objektid tasapinnaliste objektidega. Matemaatika kvaliteetsemaks õpetamiseks tuleb suurendada laste loomulikku huvi matemaatika vastu, kasutada õppes nende kogemusi ja teadmisi, integreerida matemaatikat teiste tegevustega ja vastupidi, toetada lapse mängu ning hinnata laste teadmisi ning oskusi (NAEYC, 2002). Samuti toetab seda positiivne keskkond, mis last ümbritseb. Whitebread (2004) leiab, et ümbritsev keskkond ning tegevused, mis sisaldavad endas avastamist, katsetamist ja suhtlust, aitavad lapsel arendada tähtsaid põhioskusi nagu näiteks järelduse tegemist ja probleemilahendust, sümbolite kasutust ning suhtlemisoskust.

Clements ja Sarama (2016) leiavad, et lastele pole piisavalt matemaatika-alaseid kogemusi pakutud, kus lapsed iseseisvalt saaksid materjalidega tutvuda ja neid uurida. Rohkem keskendutakse keeleõppele ning sotsiaalsele arengule ja vähem matemaatikale. Matemaatikat tuleks õpetada õppe-trajektoori järgi, milles on kolm komponenti: 1) eesmärk - saavutamaks vastavat pädevust antud matemaatika teemas; 2) arenguprotsess – lapsed töötavad protsessi käigus mitmes erinevas mõtlemise tasemes, tegeledes ülesannete ja harjutustega; 3) juhitud tegevused - läbimõeldud vaimne tegevus (Clements & Sarama, 2016). Autorid on leidnud ka, et õpetajad, kes kolme trajektoori meetodit kasutavad, on õpetajatest, kes antud tehnikat ei kasuta, professionaalsemad.

Lasteaia matemaatika peaks garanteerima, et lapsed on kaasatud loomingulistesse ning väljakutseid esitavasse ülesannetesse (Notari-Syverson & Sadler, 2008, viidatud Seo & Ginsburg, 2004 j), mis annavad neile võimaluse õppida probleemilahendusmeetodeid ja arutada matemaatilisi mõtteid. Liialt juhitud ning intensiivne õpe lasteaia matemaatika õppesse ei sobi. Psühholoogilised uurimused toetavad seda, öeldes, et koolieelikutel on raskusi saada kasu sellistest õppetundidest nagu koolis praktiseeritakse. Seega, leitakse, et produktiivsem on selles eas kasutada loomulike õppemeetodeid nagu mängimine või igapäevased tegevused (laua katmine, ajagraafik) (Notari-Syverson & Sadler, 2008). Koolieelses eas olevad lapsed ei toetu ainult info meeldetuletamisele, ei kasuta vaid mehaanilisi oskusi ja ei tööta ainult ühel "konkreetsel" tasemel, vaid töötavad matemaatikaga rõõmu tundes ja spontaanselt (Ginsburg & Amit, 2008). Hoides matemaatikat lõbusana ja tehes üks kuni kolm matemaatilist tegevust päevas, aitab see eelkooliealistel lastel teha märkimisväärsed saavutusi ja seetõttu õpetajatel tunda end matemaatikat õpetades enesekindlalt ja hästi (Notari-Syverson & Sadler, 2008). Gasteiger ja Benz (2018) toovad oma artiklis välja, et suur osa matemaatikaõppest toimub mitteametlikus, igapäevases või mängulises situatsioonis. Et lapsed sellest kasu saaks, on õpetajal vaja oskusi tunda need situatsioonid ära ning reageerida sellele, muutes tavalise situatsiooni matemaatika õppeks.

Täiskasvanu poolt juhitud mäng toetab hariduslikke eesmärke (Fuson et al., 2015). Siinkohal on väga oluline õpetaja professionaalsus ja pädevus. On leitud, et see, kas lasteaiaõpetajad kasutavad oma teadmisi, oskusi ja pädevust efektiivselt kvaliteetsel tasemel matemaatika õpetamiseks või mitte, on mõjutatud nende uskumustest, motivatsioonist ja suhtest matemaatikasse (Anders & Roßbach, 2015; Fröhlich-Gildhoff et al., 2014, viidatud Gasteiger & Benz, 2018 j). Seega tähtis osa matemaatika õpetusest on ka õpetaja omaenda motivatsioonil.

Õpetajaga ja kaaslastega suhtlemine. Mida rohkem koolieelse lasteasutuse õpetajad lastega matemaatika teemadel räägivad, seda rohkem matemaatikat lapsed õpivad. Tihti toob matemaatika õpetamine kaasa laste jaoks uusi mõisteid. Lapsed peaksid mõistma maailma probleeme, tuvastama ning sõnastama oma tegevust ja leidma lahendusi - selleks vajavad lapsed tugevat matemaatilist sõnavara (arvud, suurusühikud, kujundid, asukohad). Siinkohal saavad õpetajad kaasa aidata, rääkides päeva jooksul matemaatikast ning tekitades olukordi, kus lapsed saavad matemaatilisi oskusi praktiseerida ja nendest rääkida (Notari-Syverson & Sadler, 2008). Kui aga võtta kasutusele töölehed, siis need on suhtlust pärssivad - töölehed võtavad lastelt võimaluse matemaatikast rääkida ning küsimusi avalikult arutada. Küsimused nendes on pigem kitsad ja suletud kui avatud ja ühiselt tehtavad. Lapsed peavad tegema rohkem iseseisvat tööd (Briggs & Davis, 2008). Töölehtedel on ka positiivsed küljed. Need võivad toetada matemaatikast arusaamist ja tõsta pädevust, kui neid on kasutatud peale harjutusi, kus lapsed saavad oma teadmisi seostada tehtud harjutusega. Oluline on töölehti kasutades mitte unustada toetada eesmärgistatud tegevust ja matemaatiliste seoste tegemist keele, sümbolite, koguste ja esemetega (Fuson et al., 2015).

Whitebread (2004) ütleb, et kui planeerida matemaatikategevusi koolieelsetele lastele, siis peavad õpetajad arvestama iga lapse individuaalse arenguga. Õppetöö käigus aitavad nad lastel saada paremateks õppijateks ja meeskonnatöötajateks, samaaegselt teisi kuulates ja austades. See on võimalik siis, kui õpetaja hindab ja austab laste tööd. Seega matemaatika õpetamisel tuleb vastuse õigeks või valeks määramise asemel tunda lapse mõtteid, huvisid ja arvamusi. Tuleb edendada atmosfääri, kus väärtustatakse tehtud vigu kui õpikogemusi. Matemaatiline mäng mitte ainult ei loo sellist atmosfääri, vaid selles on ka roll õpetajal, kes samuti küsib suunavaid küsimusi, selgitab arusaamatusi ja võimaldab edasiselt mängu rohkem produktiivsesse keskkonda suunata. Näiteks võib õpetaja suunata lapsi poodi või panka mängides kalkulaatorit kasutama (Riley, 2007). Õpetajad peavad olema kursis laste mõtete ning matemaatiliste võimetega, et teha teadlikke otsuseid toimivate, last edasiviivate tegevuste suhtes.

Reflekteerimine ja hindamine. Tegevuste kaudu saadud kogemuste üle arutlemine aitab lapse matemaatiliste teadmiste omandamisele kaasa. Refleksiooni käigus vaadatakse üle, analüüsitakse ja hinnatakse saadud kogemust ning selle abil seatakse plaane tulevikuks (Vetik, 2016). Ülesannete lahendamisel peab laps mõtlema, miks ta midagi teeb. Kuna laps iseseisvalt oma mõtlemisele ei keskendu, siis on õpetajal tähtis suunata neid ise oma mõtetes orienteeruma (Palu, 2008).

Lasteaiaõppes on hindamisel tähtis koht. Õpetajad peavad oskama oma õpet kohandada vastavalt lapse individuaalsele vajadusele. Oluline on põhjalikult jälgida ja dokumenteerida laste õppeprotsessi. Ainult siis, kui lapse individuaalsed võimed on tuvastatud, on võimalik nende edasist matemaatika õpet julgustada ja edendada nende matemaatilist arengut (Notari-Syverson & Sadler, 2008). On tähtis, et õpetajad juhinduksid hindamisel a) lapse tugevuste ja vajaduste identifitseerimisest b) individuaalsest arengukavast c) õppekavast d) lapse arengust (Cook, 2004; Losardo & Notari-Syverson, 2001, viidatud Notari-Syverson & Sadler, 2008 j). Näiteks võib õpetaja hindamisel kasutada põhjalikke struktureeritud vaatlusi, kontrollnimekirja, märkmeid laste ütlemistest, laste töid. Seda toetavad ka Clements ja Sarama (2016), kes oma artiklis toovad välja selle, et edukas hindamine sisaldab endas vaatlust, laste jutu dokumenteerimist ja individuaalseid intervjuusid. Nende tegevuste kaudu saab õpetaja aimu laste teadmistest ning oskab nende personaalset arengut arvestades matemaatika õppes edasi minna.

Varasemad uuringud

Matemaatika on hariduse oluline osa, kuna see aitab lastel lahendada probleeme, suhelda ja olla loov. Seetõttu on matemaatikaõppe kvaliteet oluline, et lapsed saaksid õppida mõtlema matemaatilistel viisidel ning lahendada oma igapäevaseid probleeme. Matemaatika mõistmine tuleneb matemaatiliste seoste tajumisest - inimene konstrueerib ise oma matemaatilisi teadmisi (Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva & Hedges, 2006).

Uuringud läbi aastate on leidnud seda, et kooliminevad lapsed on matemaatiliselt võimekamad kui paljud matemaatika õppekavad ja õpikud eeldavad. See võib tuleneda esimese kooliastme riikliku õppekava aspektidest, mis koolieelse lasteasutuse omast tohutul määral ei erine. Jordan jt (2009) väidavad, et ehkki lasteaialaste matemaatiline pädevus prognoosib selle akadeemilisi tulemusi ka koolis, siis on tõenäoline, et see seos väheneb ja muutub aja jooksul vähem tähtsaks. Seda sellepärast, et esimese astme matemaatika õppekavad keskenduvad tihti samuti samadele kriteeriumitele nagu lasteaiaski.

Teadmised arvude maailmast on üldjuhul head, sest 6aastaselt omandab laps juba liitmise ja lahutamise strateegiad (Clements & Sarama, 2016). Küll aga on uuringud leidnud, et lastel on paremad teadmised liitmisest, kui lahutamisest (Shinsky, Chan, Coleman, Moxom, & Yamamoto, 2009). Shinsky jt (2009) toovad välja, et liitmise ja lahutamise vahel olev erinevus võib olla tingitud ümbritseva keskkonna suuremast toetusest liitmisele, mitte nendevahelisest raskusastmest. Kuna lapsed saavad rohkem juhendeid ja harjutusi liitmisest, kui lahutamisest, siis on neil olnud liitmisega rohkem kokkupuuteid ja seetõttu valivad alateadlikult tõhusamaid strateegiaid nende lahendamiseks.

Clements ja Sarama (2011) on oma uuringus välja toonud, et omavahel seoses olevad kujundite maailm ja orienteerumine on matemaatika õppimisel väga olulised, aga selle õpetamist on tihti ka ignoreeritud või vähendatud. Seda toetab ka Hedge & Cochrane'i (2019) uuring, milles on leitud, et orienteerumisoskuste arendamisele peab rohkem tähelepanu pöörama, sest lasteaiaõpetavad seavad tihti prioriteediks pigem loendamise ja kujundite õpetamist. Sellest tulenevalt on nendes valdkondades saavutatud ka paremad tulemused. Autorid toovad välja ka üldise kehvast tasemest geomeetriaalastest teadmistest, mis on mõjutatud just koolieelsetest aastatest. Kahjuks on see sõltuv ka õpetajate teadmiste puudumisest. Clements ja Sarama (2011) leidsid, et on vajalik keskenduda õpetajate ametialasele arengule, kuna nende teadmatus mõjutab otseselt ka lapsi.

Uuringu eesmärk ja uurimisküsimused

Bakalaureusetöö eesmärgiks on välja selgitada, millised on 6- ja 7aastaste laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades.

1. Millised on laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades ja millised on valdkondade vahelised seosed?
2. Millised on enamlevinenud väärlahendused kõige halvemini lahendatud ülesannetes?

Metoodika

Valim ja protseduur

Uuringus osales 16 lasteaia 235 last, kes olid 6- kuni 7-aastased. Poisse oli 122 ja tüdrukuid 113. Andmed koguti projekti „Tartu Ülikooli õpetajahariduse kompetentsikeskuse Pedagogicum'i arendamine” raames 2017. aastal. Projektis osalenud inimesed viisid testid

lasteaedadesse, kus rühma õpetaja korraldas nende läbiviimise. Õpetaja luges ette töökorralduse, vajadusel võis seda korrata ning näidata, kuhu vastus kirjutada. Sealjuures ei tohtinud õpetaja lastele sisulist abi osutada.

Mõõtevahend

Mõõtevahendiks oli matemaatika test, mille ülesanded on kooskõlas koolieelse lasteasutuse riikliku õppekavaga, hõlmates endas kolme matemaatika valdkonda: 1) arvude maailma; 2) kujundite maailma; 3) orienteerumist tasapinnal. Testis oli 7 ülesannet, milles hinnati 19 vastust.

Suure osa testist moodustas arvude maailm, mille ülesanded sisaldasid endas järjestamis- ja arvutamisoskuse mõõtmist. Kujundite maailma järgi mõõdeti teadmisi vastavate kujundite tundmisest. Samuti testiti ühe ülesande osana teadmisi tasapinnal orienteerumisest. Testis olevate ülesannete lühikirjeldused on järgmised: Esimene ülesanne nõudis arvuritta puuduvate arvude kirjutamist. Teises ülesandes tuli joonistada vastav arv ringe juurde. Kolmas ülesanne nõudis vastava kujundi juurde numbri või tähe kirjutamist. Neljandas ülesandes oli 2 liitmise- ja 2 lahutamistehet. Viiendas ülesandes tuli võrdusesse kirjutada puuduv tehteliige. Kuues ülesanne oli tekstülesanne, mille lahendamisel tuli arvutada ostu sooritamisel järele jäänud raha summa. Seitsmes ülesanne nõudis vastavate kujundite leidmist ja nende loendamist.

Andmeanalüüs

Andmete töötlemisel kasutati tabelarvutusprogrammi MS Excel ja statistikaprogrammi SPSS. Andmeid analüüsiti kvantitatiivsel analüüsimeetodil, milles arvutati sagedused, keskmised ja korrelatsioonid.

Antud töö autor sai faili toorandmetega ja kodeerimisjuhendi. Töö autor võttis ühendust kolme lasteaiaõpetajaga, et täpsustada ja parandada kodeerimisjuhendit. Ekspertarvamuste põhjal tehti kodeerimisjuhendis parandusi. Testi tulemused kodeeriti andmetöötluseks dihhotoomselt, s.t õige vastuse eest sai 1 punkti ja vale vastuse või vastamata jätmise eest 0 punkti.

Tulemused

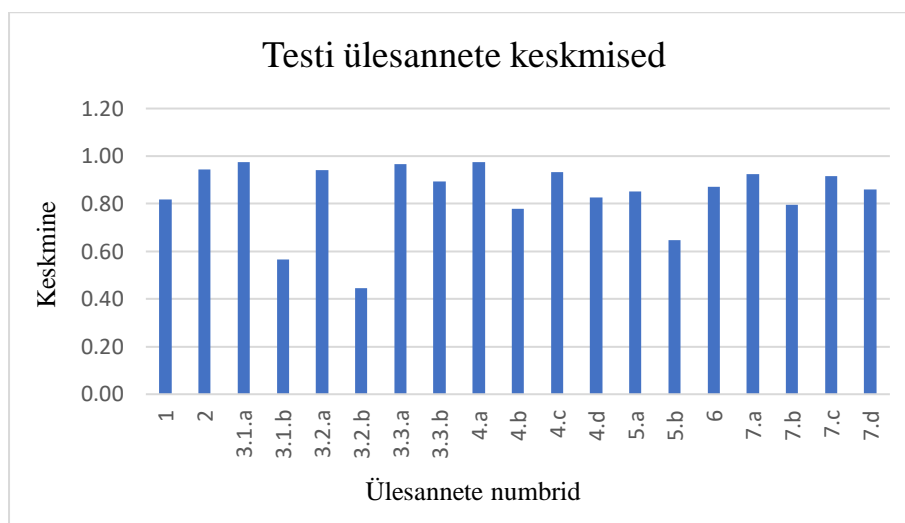
Laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades

Käesoleva bakalaureusetöö esimeseks uurimisküsimuseks oli: millised on laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades ja kuidas on need omavahel seotud? Seetõttu leiti kõigepealt ülesannete lahendatuse keskmised tulemused. Testis osales 235 last. Testi keskmine lahendatus oli 0,84 (SD = 0,14). Kõige paremini lahendas testi 24 last, kelle tulemus oli 100% (tabel 1). Lapsi, kelle tulemus oli 30% kuni 50%, oli 5.

Tabel 1. Ülesannete lahendatuse protsentide jaotus vastavalt laste arvule

Ülesannete lahendatus	Laste arv
32% kuni 50%	5 last
51% kuni 70%	28 last
71% kuni 90%	141 last
95%	37 last
100%	24 last

Vaadeldes eraldi iga ülesande lahendatust, selgus, et kõige edukamalt lahendati arvudega seotud ülesanded 2, 4a, 4c ning kujunditega seotud ülesanded 3.1a, 3.2a, 3.3b, 7a ja 7c (joonis 1).



Joonis 1. Testi ülesannete lahendatuse keskmised tulemused.

Kõige paremini lahendati kolme ülesannet, mille kõigi keskmine lahendatus oli 97%. Nendeks oli kaks ülesannet, kus oli vajalik leida õige kujund ning ülesanne, milles tuli leida vastus liitmistehtele. Üle 90% keskmise tulemusena lahendati veel viis ülesannet, mille ülesanded sisaldasid liitmist, lahutamist, õigete kujundite leidmist ja loendamist.

Analüüsides tulemusi erinevates lasteaia matemaatika valdkondades selgus, et kõige edukamalt lahendati kujundite ülesandeid ($M = 0,91$; $SD = 0,063$) ning halvemini neid ülesandeid, mis kuulusid orienteerumise valdkonda ($M = 0,64$; $SD = 0,231$) (tabel 2). Kujundite ülesanded olid 7a., 7b., 7c., 7d., 3.1.a, 3.2.a, 3.3.a ja orienteerumise valdkonna ülesanded. 3.1.b, 3.2.b, 3.3.b.

Tabel 2. Ülesannete keskmised tulemused valdkonniti

Valdkond.	M	SD
Arvude maailm.	0,85	0,100
Kujundite maailm.	0,91	0,063
Orienteerumine.	0,64	0,231

Kasutades analüüsimiseks Pearsoni korrelatsioonimaatriksit, võis näha seost kahe valdkonna vahel (tabel 3). Suurim seos (korrelatsioonikordaja $r = 0,66$) oli orienteerumisoskuse ja kujundite maailma vahel. Antud tulemuste põhjal saab väita, et orienteerumisülesannete lahendamiseks on vaja teadmisi kujunditest ja ka arvudest.

Tabel 3. Matemaatika valdkondadevahelised seosed

Valdkond	Arvude. maailm	Kujundite maailm	Orienteerumine
Arvude maailm	1		
Kujundite maailm.	-,09	1	
Orienteerumine	,43	,66	1

Enamlevinud väärilahendused

Teiseks uurimisküsimuseks oli: millised on enamlevinud väärilahendused kõige halvemini lahendatud ülesannetes? Tabelis 4 on esitatud valed vastused ja nende esinemise protsendid.

Tabel 4. Testis olevate ülesannete enim esinenud väärvastused

Ülesanne	Vastus	Esinemissageduse protsent
Kirjuta suure kolmnurga ette number neli	Number kujundi sees	20,85%
Kirjuta väiksema ringi kohale. täht A	Täht kujundi sees	28,51%
Kirjuta kasti puuduv arv: ... – 1 = 2	1	20,85%

Kõige halvemini lahendati ülesannet, milles tuli vastava kujundi ette number 4 kirjutada. Kujund tunti väga edukalt ära, aga paberil ei osatud numbrit vastavasse kohta paigutada. Tihti paigutati see kujundi sisse (20,85%) või taha, mitte ette. Samuti kirjutati number 4 asemel "A", "N", "L" ja sealjuures ka õiget paigutust teadmata. See oli ka ainukene ülesanne, mille keskmine lahendatuse protsent jäi alla 50.

Halvasti lahendati ka ülesannet, milles pidi kujundi kohale kirjutama tähe A. Taaskord leiti kujund üles edukalt, kuid täht kirjutati kas kujundi sisse (28,51%) või alla. Teistest halvemini lahendati ka ülesannet, milles oli lahutamistehe ning esimesse kasti tuli kirjutada puuduv arv, ehk vähendatav. Selle ülesande lahendatuse protsent oli 65. Enim levinud vale vastusena esitati vähendatavaks arv 1 (20,85%), st võrduseks oli $1 - 1 = 2$.

Arutelu

Antud bakalaureusetöö eesmärk oli välja selgitada, millised on 6- ja 7aastaste laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades. Samuti oli eesmärgiks teada saada, millised olid testis kõige sagedamini esinevad vead.

6- ja 7aastaste laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades

Esimesena uuriti, millised on 6- ja 7aastaste laste teadmised erinevates matemaatika valdkonnas ja millisel tasemel need on. Uuringu käigus tuli välja, et koolieelikute matemaatikaalased teadmised on üldjuhul head. Kui võtta aluseks koolieelse lasteasutuse riiklik õppekava (2008), siis võib väita, et laste teadmised vastavad soovitud nõuetele. Testis olevad ülesanded, mis hõlmasid endas loendamist, järjestamist, liitmist, lahutamist ja kujundite leidmist, said heal tasemel lahendatud. Seda toetavad ka Hedge ja Cohrssen (2019), kes oma uurimuses jõudsid tulemusele, et õpetajad keskenduvad matemaatikaõppes tihti just arvude ja kujundite maailmale. Antud väidet kinnitas ka käesolev uuring, tuues välja, et paremini lahendatud ülesannete seas olid ülesanded, mis hõlmasid endas liitmist, loendamist ja kujundite leidmist. Seega võib väita, et lastel on tiheda kokkupuute tõttu nendes valdkondades saavutatud kindel pädevus. Selle põhjuseks võib pidada ka, et lapse arengu eeldatavate tulemuste järgi tegelevad lapsed juba enne kuuendat eluaastat neid valdkondi sisaldavate ülesannetega.

Uuringute käigus leiti ka, et kujundite maailm ja orienteerumine on omavahel seotud ($r = 0,66$). Varasemad uuringud (Clements & Sarama, 2011; Cohrssen et al., 2017) on jõudnud samuti tulemuseni, et kujundite maailma ja orienteerumise vahel on seos ning tihti õpetatakse neid üksteisele toetudes. On teada, et tasapinnal on võimalik kujutada tegelikke esemevahelisi ruumisuhteid ja sellega on seotud ruumilise eseme tasapinnalise kujutise mõistmise oskus (Strebeleva, 2010). Seda leidis ka käesolev bakalaureusetöö, mis näitas, et kujundite teadmiste ja tasapinnal orienteerumine oskuste vahel on seos. On teada, et mõlemad on üksteisest sõltuvad, seega tuleks nende valdkondade õpetamisel keskenduda tegevustele, mis oleksid last arendavad teda ennast ümbritsevas keskkonnas.

Vead erinevates matemaatika valdkondades

On alust väita, et lasteaiaõpetajad on teinud head tööd matemaatika õpetamisel ja seda eriti arvude ja kujundite maailmas. Test on üleüldiselt lahendatud hästi, mida näitab ka keskmine

tulemus ($M = 0,84$). Väga vähesed lapsed (5 last) lahendasid testi alla keskmise tulemuse. Halvemini lahendatakse ülesandeid, mis nõuab tasapinnal orienteerumist ja lahutamist.

Lastele valmistas enim raskusi ülesanded, mis nõudsid tasapinnal orienteerumist. Seetõttu leiab töö autor, et antud valdkonnale tuleks rohkem keskenduda. Vastavalt koolieelse lasteasutuse õppekavale (2008) orienteerub 6- ja 7aastane laps ruumis, õuealal ja paberil, seega antud ülesandes poleks nii ulatuslikke vigu tohtinud tekkida. Seega on vaja õpetajal näha vaeva, et moodustada paberil erinevaid orienteerumise arengut soodustavaid ülesandeid. Antud valdkonnal on suur suhe keel ja kõne valdkonnaga. Võib oletada, et lastel pole testis kasutatavad mõisted nii selged või tuleb õpetajatel sellele õppeprotsessis rohkem tähelepanu pöörata. Küll aga pole täpsemalt õppekavas välja toodud, milliseid termineid laps selleks ajaks kasutama peaks. Hedge ja Cohrsseni (2019) uuringust on selgunud ka, et laste suhtlus orienteerumise osas on tihti mittesõnaline, mis tähendab, et õpetajatel peab olema valmisolek edendada laste valdkonna-alalist sõnavara. Samuti on õpetajatel endil oluline anda lastele võimalusi katsetada orienteerumisalaste ülesannetega mängulistes kontekstides ning sealjuures ise kasutada mitmekülgset asukohta määravat sõnavara. Mitmel puhul olid testi vastused valed ka seetõttu, et kasutati koha määramiseks valet märki, mis võib tähendada, et laps ei tunne mõisteid või pole aru saanud ülesande juhendist. Toetudes sellele, saab järeldada, et keel ja kõne ja selle korrektne kasutus on matemaatika tähtis osa. Seda kinnitavad ka Noor ja Rohtla (2004) ning Tucker (2006). Selleks, et saavutada paremaid tulemusi ülesannete lahendamisel, peab õpetaja siduma matemaatikaõppe korrektse kõnega ja olema pidevalt valmis arusaamatuste tekkimisel suuliselt aitama.

Samuti valmistavad lastele probleeme ülesanded, mis nõudsid lahutamist. Üks kolmest halvemini lahendatud ülesannetest oli lahutamistehe, milles oli lastel raskusi vähendatava märkimisega. Paljudel juhtudel märkisid lapsed selleks number 1. Analüüsist saadud tulemus viitab sellele, et lapsed tegid liitmistehte. Ka Shinsky et al., (2009) uurimusest nähtus, et lastel on probleeme lahutamise ja kokkupuude liitmisega on olnud palju tihedam. Seega on võimalik, et liitmisvõtted on lastel paremini kinnistunud kui lahutamisevõtted. Sellest tulenevalt on oluline, et õpetajad pühendaks rohkem aega laste lahutamistehte juhendamisele, kui liitmisele.

Käesolevas bakalaureusetöös esinesid ka piirangud. Töös kasutatud testi ei viinud läbi uurijad ja seetõttu ei saa tingimata väita, et rühmaõpetajad täitsid täielikult etteantud juhiseid. Samuti võis mõne lapse vastus olla teisest sõltuv. Et saada veelgi täpsemaid vastuseid, tuleks

lisaks läbi viia kvalitatiivne uuring, mille käigus saaks lähemalt uurida laste ülesannetes tekkinud vigade põhjuseid.

Autorsuse kinnitus

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

Helen Enno /allkirjastatud digitaalselt/ 21.05.2019

Kasutatud kirjandus

- Briggs, M. J., & Davis, S. (2008). *Creative Teaching: Mathematics in the Early Years and Primary Classroom*. Routledge.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2016). Math, Science, and Technology in the Early Grades. *The Future of Children*, 26(2), 75–94.
- Clements, D., & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: The case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(2), 133–148.
- Cohrssen, C., de Quadros-Wander, B., Page, J., & Klarin, S. (2017). Between the big trees: A project-based approach to investigating shape and spatial thinking in a kindergarten program. *Australasian Journal of Early Childhood*, 42(1), 94–104.
- Fuson, K. C., Clements, D. H., & Sarama, J. (2015). Making early math education work for all children. *Phi Delta Kappan*, 97(3), 63–68.
- Ginsburg, H. P., & Amit, M. (2008). What is teaching mathematics to young children? A theoretical perspective and case study. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29(4), 274–285.
- Hedge, K., & Cohrssen, C. (2019). Between the Red and Yellow Windows: A Fine-Grained Focus on Supporting Children's Spatial Thinking During Play. *Sage Open*, 9(1), 1–11.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes. *Developmental psychology*, 45(3), 850–867.
- Kangro, E.-M., & Lage, M. (2007). *Õpime arvutama: sinu lapse teejuht arvude maailmas* (M. Kiiik, Toim). Tallinn: Ajakirjade Kirjastus.
- Klibanoff, R. S., Levine, S. C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. V. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher „math talk.“ *Developmental Psychology*, 42(1), 59–69.
- Koolieelse lasteasutuse riiklik õppekava (2008). *Riigi Teataja I 2008*, 23, 152. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/12970917>
- NAEYC. (2002). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. Külastatud aadressil <https://www.researchconnections.org/childcare/resources/7580>
- Noor, E., Rohtla, I., Soosaar, M., Tihanov, R., & Tõnurist, T. (2004). *Matemaatika koolieelikutele: õpetajaraamat*. Tallinn: Koolibri.

- Notari-Syverson, A., & Sadler, F. H. (2008). Math Is for Everyone: Strategies for Supporting Early Mathematical Competencies in Young Children. *Young Exceptional Children*, 11(3), 2–16.
- Nugin, K., Õun, T., Kingo, K., & Kitsik, A. (Toim). (2017). *Õppe- ja kasvatustegevus lasteaias*. Tartu: Atlex.
- Palu, A. (2008). Matemaatika. E. Kikas (Toim), *Õppimine ja õpetamine koolieelses eas* (lk 322–332). Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Riley, J. (Toim). (2007). *Learning in the early years 3-7* (2nd ed.). London: Sage.
- Sarapuu, H., Kivi, L., & Henno, K. (Toim). (2005). *Laps ja lasteaed: lasteaiasõpetaja käsiraamat*. Tartu: Atlex.
- Seefeldt, C., & Barbour, N. H. (2000). *Early Childhood Education: An Introduction* (4 edition). Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall.
- Shinsky, J. L., Chan, C. H., Coleman, R., Moxom, L., & Yamamoto, E. (2009). Preschoolers' nonsymbolic arithmetic with large sets: Is addition more accurate than subtraction? *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 409–420.
- Strebeleva, J. (2010). *Laste arendamine ja õpetamine didaktiliste mängude abil: eripedagoogi käsiraamat*. Tartu: Atlex.
- Tucker, K. (2006). *Mathematics through play in the early years: activities and ideas*. London: Paul Chapman.
- Vogt, F., Hauser, B., Stebler, R., Rechsteiner, K., & Urech, C. (2018). Learning through play – pedagogy and learning outcomes in early childhood mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal*, 26(4), 589–603.
- Whitebread, D. (Toim). (2004). *Teaching and learning in the early years* (2nd ed.). London ; New York: RoutledgeFalmer.

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Helen Enno,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose
Kuue- ja seitsmeaastaste laste teadmised erinevates matemaatika valdkondades,

mille juhendaja on Anu Palu,

reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace
kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks
Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative
Commonsi litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost
reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja
kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega
isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Helen Enno

21.05.2019